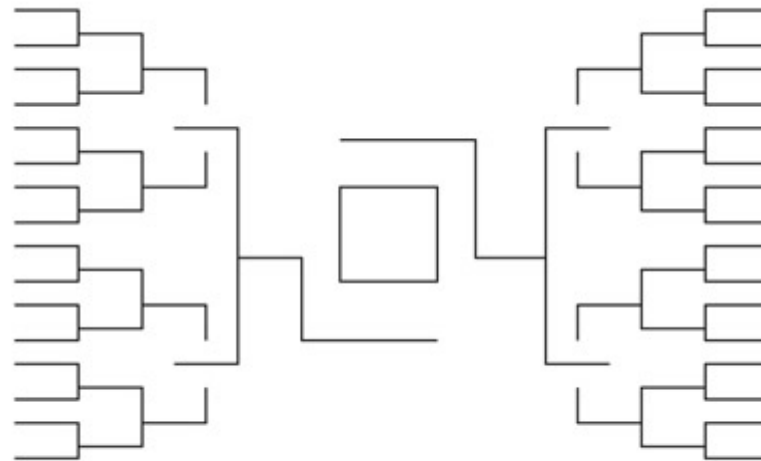




# Tournaments and Piece Rates: An Experimental Study

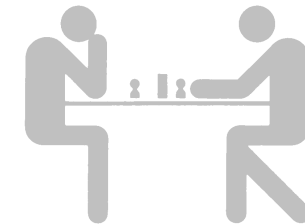


Präsentiert von: **Christian Preuß, Janine Schweda, Sonja Worch**

# Tournaments and Piece Rates – Die Idee

## • (Rangfolge-)Turnier

- Nichtkooperatives Spiel
- Auszahlung abhängig von relativer Anstrengung
- Beispiele: Sport, Wahlen



## • Stücklohnsystem

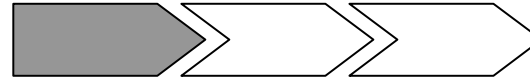
- Mengenleistung ist Leistungskennzahl
- Hier: als Vergleichsbasis zum Turnier

## • Idee: Überprüfen von Anreizsystemen

- Wählen die TN im Experiment gemäß der theoretischen Vorhersage?
- Falls nicht: Optimalität der theoretischen Lösung in Frage stellen!

## Agenda:





# Turniertheorie (symmetrischer Fall)

e	Anstrengung
p	Auszahlung (M oder m)
M	Gewinnerauszahlung
m	Verliererauszahlung
$\varepsilon$	Störgröße $\sim$ Gl[-a,a]
a,c	Parameter

Nutzenfunktion  $U_i(p,e) = U_j(p,e) = u(p) - c(e)$

Gewinnerwartung  $Ez(e_i, e_j) = \Pi(e_i, e_j) u(M) + [1 - \Pi(e_i, e_j)] u(m) - c(e_i)$

Output  $y_i = f(e_i) + \varepsilon_i$

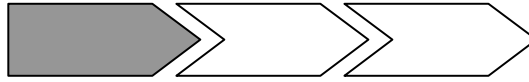
Siegwahrscheinlichkeit  $P(y_i > y_j) \Leftrightarrow P(\varepsilon_i - \varepsilon_j > f(e_j) - f(e_i))$

Vereinfachungen  
 $u(p) = p$   
 $c(e_i) = e_i^2/c$   
 $f(e_i) = e_i$

- Gewinn-Maximierung liefert optimalen Anstrengungsgrad

$$e^* = \frac{(M - m)c}{4a}$$

*Im asymmetrischen Fall:  $e_i^* = 4a(M-m)c/[16a^2+(M-m)c]$  und  $e_j^* = 2a(M-m)c/[16a^2+(M-m)c] = e_i^*/2$*



# Hypothesen

Zu Testen sind 7 Hypothesen:

- H1a:** Gleichgewichts - Hypothese, strenge Form ( $\sigma^2=0$ )
- H1b:** Gleichgewichts - Hypothese, schwache Form ( $e_{\text{beob}} = e^*$ )
- H2:** Invarianz – Hypothese (bzgl. Parameteränderungen, die  $e^*$  konstant halten)
- H3:** Benachteiligter - Turnierteilnehmer – Hypothese ( $e_{\text{beob,asym}} = e^*_{\text{asym}}$ )
- H4:** Informations – Hypothese (Invarianz gegen Kennen des Output und Rang)
- H5:** Stücklohn – Gleichheit (Anstrengung in Turnier und Stücklohnsystem gleich)
- H6:** Varianz – Hypothese ( $\text{Var}(\text{Turnier}) > \text{Var}(\text{Stücklohn})$ )



## Formale Merkmale

- **Anzahl:** 10 Experimente
  - **Zeitpunkt:** etwa um 1986 (Paper erschien 1987)
  - **Runden:** ein Experiment mit 25 Runden  
9 mit jeweils 12 Durchgängen
  - **Teilnehmer:** 225 Studenten aus Wirtschaftskursen der Universität New York
- 
- Verwendung neutraler Begriffe in der Experimentbeschreibung
  - jeder Student wurde nur einmal eingeladen
  - kurzer Zeitraum, in dem die Experimente stattfanden
- 
- Ergebnisse der letzten Runde wurden für die Auswertung benutzt



$$e^* = \frac{(M - m)c}{4a}$$

EXPERIMENTAL DESIGN OF TOURNAMENT EXPERIMENTS

Experiment	Decision Number Range	Decision Cost Function	Random Number Range	Prizes	Prize Spread ( $M - m$ )	Output Function	Information	Number of Rounds	Equilibrium	Number of Subjects
1. Narrow random number range (baseline)	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{10,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.45$ $m = \$0.86$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	Low	12	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	34
2. Equilibrium 74	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{16,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.59$ $m = \$0.85$	.74	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	Low	12	$e_i = 74$ $i = 1, 2$	24
3. Wide random number range	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{20,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-80, \dots, +80)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.02$ $m = \$0.43$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	Low	12	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	24
4. Asymmetric costs	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{25,000}$ $\frac{2e_i^2}{25,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.60$ $m = \$0.80$	.80	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	Low	12	$e_1 = 70$ $e_2 = 35$	22
5. Medium information (total number revealed)	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{10,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.45$ $m = \$0.86$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	Medium	12	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	26
6. High information (decision number revealed)	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{10,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.45$ $m = \$0.86$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	High	12	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	28
7. Automaton 37 (decision number not revealed)	$e_i \in (0, 100)$	$\frac{e_i^2}{10,000}$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$	$M = \$1.45$ $m = \$0.86$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$	Low automaton	12	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	17
8. Automaton 37 (decision number revealed)	$e_i \in (0, 100)$	$\frac{e_i^2}{10,000}$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$	$M = \$1.45$ $m = \$0.86$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$	High automaton	12	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	17
9. 25-round experiment	$e_i \in (0, \dots, 100)$ $i = 1, 2$	$\frac{e_i^2}{10,000}$ $i = 1, 2$	$\epsilon_i \in (-40, \dots, +40)$ $i = 1, 2$	$M = \$1.45$ $m = \$0.86$	.59	$y_i = e_i + \epsilon_i$ $i = 1, 2$	Low	25	$e_i = 37$ $i = 1, 2$	20
10. Piece rates	$e_i \in (0, \dots, 100)$	$\frac{e_i^2}{2,000}$	$\epsilon_i \in (-.2, \dots, +.2)$	N.A.	N.A.	$y_i = .2 + .037e_i + \epsilon_i$	N.A.	12	$e_i = 37$	13



### A<sub>1</sub> payoff- Kalkulation

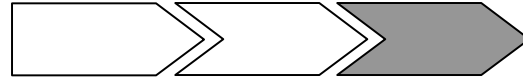
Col. 1	Col. 2	Col. 3	Col. 4	Col. 5	Col. 6
Decision	Random	Total	X	Y	Minus
Number	Number	1 + 2	Amt.	Amt.	Cost
_____	+	_____	=	_____	
				\$1.45	\$0.86 - \$ _____ = \$ _____

### A<sub>2</sub> payoff- Kalkulation

Col. 1	Col. 2	Col. 3	Col. 4	Col. 5	Col. 6
Decision	Random	Total	X	Y	Minus
Number	Number	1 + 2	Amt.	Amt.	Cost
_____	+	_____	=	_____	
				\$1.45	\$0.86 - \$ _____ = \$ _____

### SHEET 1: DECISION COSTS TABLE

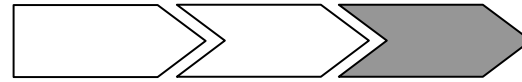
Column A Decision Number	Column B Cost of Decision	Column A Decision Number	Column B Cost of Decision	Column A Decision Number	Column B Cost of Decision
0	\$0.0000	36	\$0.130	72	\$0.518
1	\$0.0001	37	\$0.137	73	\$0.533
2	\$0.0004	38	\$0.144	74	\$0.548
3	\$0.0009	39	\$0.152	75	\$0.563
4	\$0.002	40	\$0.160	76	\$0.578
5	\$0.003	41	\$0.168	77	\$0.593



## Das Stücklohnsystem als Vergleichspunkt

- Stücklohnsystem guter Vergleich zu Turnierspielen
- Vergleich der Experimentergebnisse mit Theorie:
  - geringe Abweichung des Stücklohnsystems
  - starke Abweichung der Turnierspiele
    - Spiele sind komplexer als Maximierungsprobleme

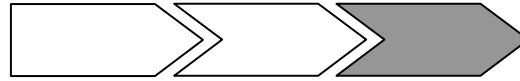




## Testergebnisse der Hypothesen

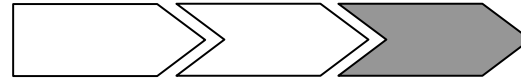
<i>Hypothese</i>	<i>Testgrundlage</i>	<i>Ergebnis</i>	<i>Begründung</i>
H1a	Exp1, Exp2, Exp3	ablehnen	$\sigma^2 \gg 0$
H1b	Exp1, Exp2, Exp3	nicht verwerfen	$e_i^k \rightarrow e_i^*$ , $i=1,2, k=1,2,3$
H2	Exp3, Exp1	nicht verwerfen	$e_i^3 \approx e_i^1$ , $i=1,2$
H3	Exp4, Theorie	ablehnen	$e_1^4 \gg e_1$ $e_2^4 \gg e_2$
H4	Exp5, Exp1	nicht verwerfen	$e_i^5 \approx e_i^1$ , $i=1,2$ , $\sigma_5^2 \approx \sigma_1^2$
H5	Exp1, Exp10	nicht verwerfen	$e_i^{10} \approx e_i^1$ , $i=1,2$
H6	Exp1, Exp10	nicht verwerfen	$\sigma_{10}^2 < 1/3 * \sigma_k^2$ $, k \in \{1, \dots, 9\}$

$e_i^k$  bezeichnet die durchschnittliche Anstrengung von Spieler  $i$  in der 12ten Runde in Experiment  $k$   
 $\sigma_k^2$  bezeichnet die Varianz in Experiment  $k$



## Testergebnisse der Erklärungsansätze

<i>Erklärungsansatz</i>	<i>Testgrundlage</i>	<i>Ergebnis</i>
E1	Exp6; Exp9	Varianz ändert sich durch mehr Informationen nicht signifikant
E3	Exp8	Lösung deshalb fehlerhaft, da Maximierungsaufgabe zu schwierig
E2	Exp7	Mutmaßliche Abweichungen des Mitspielers beeinflussen Varianz



## Fazit

- Varianz stärker von Art des Spiels, als vom Informationsgrad der Spielteilnehmer abhängig
- Keine Unterscheidung zwischen Turnieren und Maximierungsproblemen in der Theorie
- Theorie für symmetrische Turniere besser anwendbar

## Kritik

- Einfluss der Gruppengröße: verschieden große Gruppen, kleine Gruppen
- Experimentkomplexität: Anstrengungslevel aus  $\{0, \dots, 100\}$  und große Kostentabelle
- Hoher Zufallseinfluss: Zufallsintervalllänge 80
- Folgeexperiment nötig => schlechte Vorbereitung
- Keine Überprüfung genannt, ob TN Regeln verstanden haben

# Weitere Fragen?



# Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!